

**Изпит за промяна на оценката по МАТЕМАТИКА – 10. клас**  
**ЗАДЪЛЖИТЕЛНА ПОДГОТОВКА**  
**Випуск 2020**

**ПРИМЕРНА ТЕМА**

**Времето за работа върху изпитната тема е 180 минути.**

Темата съдържа **18 задачи** от два вида:

- 13 задачи със структуриран отговор с пет възможни отговора, от които само един е верен;
- 5 задачи със свободен отговор.

**Първите 13 задачи (I част – от зад. 1. до зад. 13. вкл.)** са от затворен тип с пет възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Д, от които само един е верен.

Отговорите на тези задачи отбелязвайте в **шаблона за попълване на отговорите!**

За да отбележите своя отговор, срещу номера на съответната задача зачертайте със знака **×** буквата на избрания от Вас отговор.

Например:



Ако след това прецените, че първоначалният Ви отговор не е верен, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте със знака **×** буквата на друг отговор, който приемате за верен.

Например:



**Запомнете! Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака **×**. За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор.**

**За всеки верен отговор получавате по 4 точки, а за всеки непопълнен или неверен отговор – по 0 точки.**

За задачите със свободен отговор (II част – от зад. 14. до зад. 16. вкл.) в шаблона за попълване на отговорите е оставено празно място. Използвайте това място, за да отбележите своя отговор. Ако след това прецените, че записаният отговор не е правилен, задраскайте го с хоризонтална черта и запишете над него отговора, който според Вас е правилен.

**За всеки верен отговор получавате по 6 точки, а за непопълнен или неверен отговор – по 0 точки.**

Решенията на задачите със свободен отговор (III част – зад. 17 и зад. 18) нанесете върху предоставените Ви листа, като запишете пълните решения с необходимите обосновки.

**За всяка решена задача от тази част получавате максимум 15 точки.**

### **Точки на отделните задачи**

I част: 13 задачи  $\times$  4 точки = 52 точки;

II част: 3 задачи  $\times$  6 точки = 18 точки;

III част: 2 задачи  $\times$  15 точки = 30 точки.

Максимален брой точки: 100.

### **Таблица за оценяване**

<b>ОЦЕНКА</b>	<b>ТОЧКИ</b>
<i>Слаб 2</i>	до 22,5 вкл.
<i>Среден 3</i>	23 т. – 40,5 т. вкл.
<i>Добър 4</i>	41 т. – 58,5 т. вкл.
<i>Мн. добър 5</i>	59 т. – 76,5 т. вкл.
<i>Отличен 6</i>	77 т. – 100 т. вкл.

## I част

1. Параболата от чертежа е графиката на функцията:

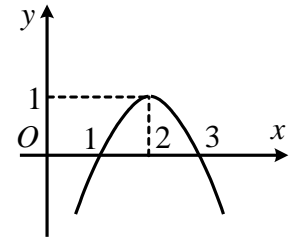
А)  $y = -x^2 - 4x + 3$

Б)  $y = x^2 + 4x + 3$

В)  $y = x^2 - 4x + 3$

Г)  $y = -x^2 + 4x - 3$

Д)  $y = -x^2 - 4x - 3$



2. В кой от интервалите функцията  $f(x) = -x^2 + 4x + 2$  е растяща?

А)  $(3; 5)$

Б)  $(-3; 2)$

В)  $(5; 7)$

Г)  $[7; +\infty)$

Д)  $(-\infty; \infty)$

3. Кои са решенията на неравенството  $4x^2 - 16 \leq 0$ ?

А)  $\forall x \leq -2$

Б)  $\forall x \leq \pm 2$

В)  $\forall x \geq 2$

Г)  $\forall x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Д)  $\forall x \in [-2; 2]$

4. Решенията на неравенството  $\frac{x}{x-1} > 2$  са:

А)  $(1; 2)$

Б)  $(-\infty; 1) \cup (1; 2)$

В)  $(-\infty; 2)$

Г)  $(-\infty; 1) \cup (2; \infty)$

Д)  $(2; \infty)$

5. Стойността на израза  $\sqrt[3]{(1-\sqrt{3})^3} + \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$  е равна на:

А)  $1 - \sqrt{2}$

Б)  $\sqrt{2} - 1$

В)  $\sqrt{2} + 1$

Г)  $2\sqrt{3} - \sqrt{2} - 1$

Д)  $1 + \sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

6. Кое от посочените числа е най-голямо?

А)  $\sqrt[4]{32}$

Б)  $\sqrt[5]{32}$

В)  $\sqrt[6]{32}$

Г)  $2^{-\frac{5}{2}}$

Д)  $(2^5)^{\frac{1}{2}}$

7. Ако  $M = -\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ , то стойността на  $9^{\log_3 M}$  е равна на:

А)  $-2$

Б)  $\frac{1}{3}$

В)  $2$

Г)  $4$

Д)  $9$

8. Ако най-голямата страна в разностранния  $\triangle ABC$  е  $AB = R$ , където  $R$  е радиусът на описаната окръжност, то мярката на  $\sphericalangle ACB$  е:

А)  $30^\circ$

Б)  $30^\circ$

В)  $60^\circ$

Г)  $120^\circ$

Д)  $150^\circ$

9. Две от страните на триъгълник са с дължини 10 cm и 20 cm, а ъгълът между тях е  $60^\circ$ . Дължината на радиуса на описаната около триъгълника окръжност е:

А) 6 cm

Б) 8 cm

В) 10 cm

Г) 12 cm

Д) 20 cm

10. Даден е успоредник  $ABCD$ , за който  $BD \perp AD$ ,  $AD = 3$  cm и  $BD = 4$  cm. Дължината на диагонала  $AC$  е равна на:

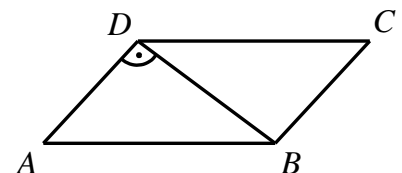
А)  $2\sqrt{13}$  cm

Б)  $3\sqrt{2}$  cm

В)  $2\sqrt{21}$  cm

Г)  $3\sqrt{3}$  cm

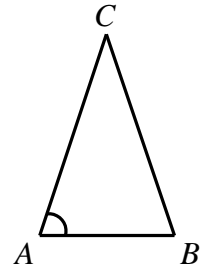
Д)  $\sqrt{13}$  cm



11. Ако в равнобедрен  $\triangle ABC$  дължината на основата  $AB$  е 12 cm и

$\cos \sphericalangle BAC = \frac{3}{5}$ , то лицето на триъгълника е:

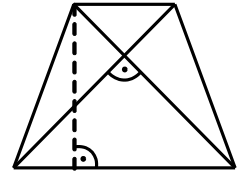
- А)  $48 \text{ cm}^2$       Б)  $24 \text{ cm}^2$       В)  $16 \text{ cm}^2$   
 Г)  $12 \text{ cm}^2$       Д)  $10 \text{ cm}^2$



12. Диагоналите на равнобедрен трапец са перпендикулярни помежду си.

Ако височината на трапеца е 8 cm, то лицето му е равно на:

- А)  $64 \text{ cm}^2$       Б)  $48 \text{ cm}^2$       В)  $32 \text{ cm}^2$   
 Г)  $16 \text{ cm}^2$       Д)  $8 \text{ cm}^2$



13. Кодът на охранителна система се състои от 4 различни нечетни цифри. Броят на всички възможни кодове е:

- А) 480      Б) 240      В) 180      Г) 160      Д) 120

### II част

14. Намерете най-малката стойност на функцията  $y = x^2 + 2x + 3$  в интервала  $[-2; 2]$ .

15. В успоредника  $ABCD$   $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ ,  $AD = 2\sqrt{3}$  cm и  $BD = 4$  cm. Намерете дължината на страната  $CD$ ?

16. На една полица има 20 книги, като между тях са и два тома от събрани съчинения на един автор. Намерете вероятността, при случайно подреждане на книгите, двата тома да са един до друг.

### III част

17. Решете неравенството  $\frac{2(x-4)}{x^2+3x-4} \leq \frac{x-4}{x^2-x}$  и проверете дали числото  $a = \left[ \frac{9^{-\frac{1}{3}} \cdot 2}{(-2)^{-3} (\sqrt[3]{-6}) \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \right]^{-1}$

е негово решение.

18. В  $\triangle ABC$  медианата  $AM$  ( $M \in BC$ ) и ъглополовящата  $BL$  ( $L \in AC$ ) са перпендикулярни и имат една и съща дължина, равна на 4. Намерете периметъра  $P_{\triangle ABC}$  на триъгълника.

## Отговори на задачите

Изпит за промяна на оценката по МАТЕМАТИКА – 10. клас, ЗП						
ПРИМЕРНА ТЕМА						
I част				II част		
№	А	Б	В	Г	Д	№
1	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	1
2	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2
3	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	3
4	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	4
5	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	5
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	6
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	7
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	8
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	9
10	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	10
11	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	11
12	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	12
13	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	13
№	А	Б	В	Г	Д	№
I част				II част		
14	$y_{\min} = 2$					14
15	$CD = 3 + \sqrt{13}$ cm					15
16	$P = \frac{1}{10}$					16
II част						
III част						
17	$x \in (-\infty; -4) \cup (0; 1) \cup \{4\};$ $a = \frac{3}{8}$ – е реш.					17
18	$P_{ABC} = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{13}$					18
I част				III част		
ПРИМЕРНА ТЕМА						

## Решения на задачите от III част

17. Решете неравенството  $\frac{2(x-4)}{x^2+3x-4} \leq \frac{x-4}{x^2-x}$  и проверете дали числото

$$a = \left[ \frac{9^{-\frac{1}{3}} \cdot 2}{(-2)^{-3} (\sqrt[3]{-6}) \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \right]^{-1} \text{ е негово решение.}$$

**Решение.**  $\frac{2(x-4)}{x^2+3x-4} \leq \frac{x-4}{x^2-x} \Leftrightarrow \frac{2(x-4)}{(x-1)(x+4)} - \frac{x-4}{x(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{2x(x-4) - (x-4)(x+4)}{x(x-1)(x+4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-4)(2x-x-4)}{x(x-1)(x+4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-4)^2}{x(x-1)(x+4)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 x(x-1)(x+4) \leq 0 \\ x \neq 0, x \neq 1, x \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (0; 1) \cup \{4\}.$$

Преобразуваме  $a = \left[ \frac{9^{-\frac{1}{3}} \cdot 2}{(-2)^{-3} (\sqrt[3]{-6}) \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \right]^{-1} = \left( \frac{3^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 \cdot 2^3}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \right)^{-1} = \left( \frac{3^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 \cdot 2^3}{3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \right)^{-1} = \left( \frac{2^4}{3^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}} \right)^{-1} =$

$$= \left( \frac{2^4}{3 \cdot 2} \right)^{-1} = \frac{3}{8}. \text{ От } \frac{3}{8} \in (0; 1) \text{ следва, че числото } a \text{ е решение на неравенството.}$$

18. В  $\triangle ABC$  медианата  $AM$  и ъглополовящата  $BL$  са перпендикулярни и имат една и съща дължина, равна на 4. Да се намери

**Решение.** От  $BL$  – ъглополовяща на  $\sphericalangle ABM$  и  $BL \perp AM$  следва, че  $\triangle ABM$  е равнобедрен и  $AB = BM = x$ . Тогава  $BC = 2x$ .

Но  $\frac{AL}{CL} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{AL}{CL} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$  (свойство на ъглополовящата  $BL$ ) и нека

$$AL = y, CL = 2y$$

От формулите за медианата  $AM = 4$  и ъглополовящата  $BL = 4$  намираме:

$$AM^2 = \frac{1}{4}(2AB^2 + 2AC^2 - BC^2) = \frac{1}{4}(2x^2 + 18y^2 - 4x^2) = \frac{9y^2 - x^2}{2} = 16;$$

$$BL^2 = AB \cdot BC - AL \cdot CL = x \cdot 2x - y \cdot 2y = 2x^2 - 2y^2 = 16.$$

За  $x$  и  $y$  получаваме системата:  $\begin{cases} 9y^2 - x^2 = 32 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y^2 - y^2 - 8 = 32 \\ x^2 = y^2 + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 5 \\ x^2 = 13. \end{cases}$

Тогава  $x = \sqrt{13}$ ,  $y = \sqrt{5}$  и  $P_{ABC} = 3x + 3y = 3(\sqrt{13} + \sqrt{5})$ .

