Изпит за промяна на оценката по МАТЕМАТИКА – 9. клас

ЗАДЪЛЖИТЕЛНА ПОДГОТОВКА

Випуск 2020

ПРИМЕРНА ТЕМА

Времето за работа върху изпитната тема е 180 минути.

Темата съдържа **18 задачи** от **два вида**:

– 13 задачи със структуриран отговор с пет възможни отговора, от които само един е верен;

– 5 задачи със свободен отговор.

Първите 13 задачи (I част – от зад. 1. до зад. 13. вкл.) са от затворен тип с пет възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Д, от които само един е верен.

Отговорите на тези задачи отбелязвайте в **шаблона за попълване на отговорите!**

За да отбележите своя отговор, срещу номера на съответната задача зачертайте със знака ✕ буквата на избрания от Вас отговор.

Например:

А ✕Б В Г Д

Ако след това прецените, че първоначалният Ви отговор не е верен, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте със знака ✕ буквата на друг отговор, който приемате за верен.

Например:

А ● В ✕Г Д

Запомнете! Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака ✕ . За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор.

За всеки верен отговор получавате <u>по 4 точки</u>, а за всеки непопълнен или неверен отговор – <u>по 0 точки</u>.

За задачите със свободен отговор (II част – от зад. 14. до зад. 16. вкл.) в шаблона за попълване на отговорите е оставено празно място. Използвайте това място, за да отбележите своя отговор. Ако след това прецените, че записаният отговор не е правилен, задраскайте го с хоризонтална черта и запишете над него отговора, който според Вас е правилен.

За всеки верен отговор получавате <u>по 6 точки</u>, а за непопълнен или неверен отговор – <u>по 0 точки</u>.

Решенията на **задачите със свободен отговор (III част – зад. 17 и зад. 18)** нанесете върху предоставените Ви листа, като запишите пълните решения с необходимите обосновки.

За всяка решена задача от тази част получавате <u>максимум 15 точки</u>.

<u>Точки на отделните задачи</u>

I част: 13 задачи $\times$ 4 точки = 52 точки;

II част: 3 задачи $\times$ 6 точки = 18 точки;

III част: 2 задачи $\times$ 15 точки = 30 точки.

Максимален брой точки: 100.

Таблица за оценяване

ОЦЕНКА	ТОЧКИ
Слаб 2	до 22,5 вкл.
Среден 3	23 т. – 40,5 т. вкл.
Добър 4	41 т. – 58,5 т. вкл.
Мн. добър 5	59 т. – 76,5 т. вкл.
Отличен 6	77 т. – 100 т. вкл.

I част

1. Стойността на израза $P=\sqrt{\left(5-4\sqrt{3}\right)^2}+\left(\sqrt{3}-2\right)^2$ е:

А) $12-8\sqrt{3}$ **Б)** 2 **В)** $2+4\sqrt{3}$ **Г)** $12-4\sqrt{3}$ **Д)** 4

2. Дадено е уравнението $x^2-3x-5=0$ с корени x_1 и x_2. Стойността на израза $x_1\left(x_2-2\right)+x_2\left(x_1-2\right)$ е равна на:

А) -16 **Б)** -7 **В)** 4 **Г)** 7 **Д)** 16

3. Изразът $\dfrac{(x+1)(2x+1)}{x+2-x^2}$ при $x\neq-1,\ x\neq2$ е тъждествено равен на:

А) $\dfrac{x+1}{x+2}$ **Б)** $\dfrac{x+1}{2-x}$ **В)** $\dfrac{2x+1}{x-2}$ **Г)** $\dfrac{2x-1}{x-2}$ **Д)** $\dfrac{2x+1}{2-x}$

4. Недопустимите стойности на променливата y в израза $\left(\dfrac{1}{y^2}-1\right):\left(\dfrac{1}{y}+1\right)$ са числата:

А) 0 **Б)** $0;\ 1$ **В)** $-1;\ 0$ **Г)** $-1;\ 0;\ 1$ **Д)** $-1;\ 0;\ 1;\ 2$

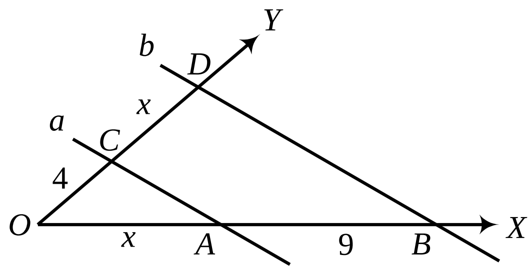
5. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=-0,25-2x$ и $x_1>x_2$, то $\dfrac{x_1-x_2}{x_1+x_2}$ е равно на:

А) -2 **Б)** -1 **В)** 0 **Г)** 1 **Д)** 2

6. Множеството от всички решения на уравнението $\left(x^2-1\right)\left(x-3\right)\sqrt{x-2}=0$ е:

А) $\{2\}$ **Б)** $\{\pm1;\ 2\}$ **В)** $\{2;\ 3\}$ **Г)** $\{1;\ 2;\ 3\}$ **Д)** $\{\pm1;\ 2;\ 3\}$

7. Успоредните прави a и b пресичат раменете на $\sphericalangle XOY$ съответно в точките A, C и B, D, като $OC=4\,\text{cm}$, $AB=9\,\text{cm}$ и $OA=CD=x\,\text{cm}$. На колко е равна стойността на x?

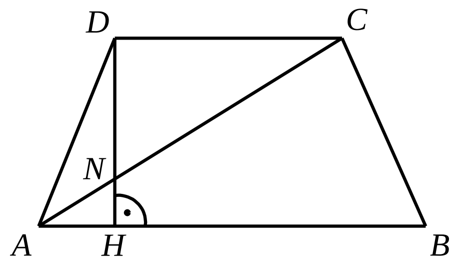


А) 3 **Б)** $\sqrt{10}$ **В)** $4,5$ **Г)** 5 **Д)** 6

8. Окръжността, вписана в равнобедрен триъгълник, разделя височината към основата му на две части, които са в отношение $1:3$, считано от върха на триъгълника. Ако основата има дължина 12 cm, дължината на бедрото е:

А) 8 cm **Б)** 9 cm **В)** 10 cm **Г)** 12 cm **Д)** 15 cm.

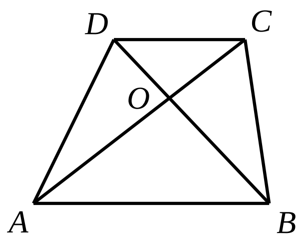
9. В равнобедрен трапец $ABCD$ диагоналът AC дели височината $DH\ (H \in AB)$ на отсечки $DN = 4\,\text{cm}$ и $NH = 1\,\text{cm}$. Ако малката основа на трапеца е $CD = 6\,\text{cm}$, то дължината на голямата основа AB е:



А) 12 cm **Б)** 11 cm **В)** 10 cm

Г) 9 cm **Д)** 8 cm

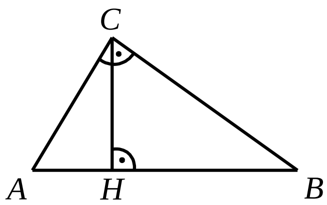
10. Ако за четириъгълника $ABCD$ на чертежа е дадено, че $S_{AOD} : S_{DOC} = 3:1$ и $DO : DB = 1:4$, то НЕ Е вярно, че:



А) $DC \parallel AB$ **Б)** $S_{AOD} = S_{OBC}$ **В)** $S_{DOC} : S_{BCO} = 1:3$

Г) $S_{AOB} . S_{DOC} = S_{AOD} . S_{BOC}$ **Д)** $S_{AOB} : S_{DOC} = 3:1$

11. На чертежа CH е височината към хипотенузата AB на правоъгълен $\triangle ABC$. Ако $AH = 36$ и $HB = 64$, дължината на катета AC е равна на:



А) 80 **Б)** 60 **В)** 50

Г) 48 **Д)** 30

12. Окръжност с радиус 4 cm е вписана в равнобедрен трапец. Ако малката основа на трапеца е равна на радиуса на окръжността, лицето на трапеца е:

А) 80 cm^2 **Б)** 96 cm^2 **В)** 160 cm^2 **Г)** 192 cm^2 **Д)** 240 cm^2

13. Триъгълникът ABC е равнобедрен. Ако са дадени $AC = BC = b$ и $\sphericalangle ACB = \gamma$, то радиусът на описаната около триъгълника окръжност е:

А) $b\sin\frac{\gamma}{2}$ **Б)** $b\cos\frac{\gamma}{2}$ **В)** $b\cos\gamma$ **Г)** $\dfrac{b}{2\sin\frac{\gamma}{2}}$ **Д)** $\dfrac{b}{2\cos\frac{\gamma}{2}}$

II част

14. Намерете произведението от корените на уравнението $\left(x^2+2x\right)^2 - 2\left(x^2+2x\right) - 3 = 0$.

15. В правоъгълен $\triangle ABC\ (\sphericalangle C = 90^\circ)$ ъглополовящата $AL\ (L \in BC)$ дели височината $CD\ (D \in AB)$ на отсечки $CM = 5\,\text{cm}$ и $MD = 4\,\text{cm}$. Намерете дължината на катета AC.

16. В правоъгълния $\triangle ABC \left(\sphericalangle ACB = 90^\circ\right)$ $AB = 13$ и $\cos\sphericalangle BAC = \dfrac{12}{13}$. Намерете радиуса на вписаната в триъгълника окръжност.

III част

17. Решете системата уравнения $\begin{vmatrix} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2. \end{vmatrix}$

18. Даден е успоредник *ABCD*, в който $AD = \dfrac{1}{3}AB$. През средата *M* на *AD* и точка *N* от страната *AB* е построена права, която пресича продължението на страната *CB* в точка *Q*. Ако $AN = 6\,\text{cm}$ и $BQ = 20\,\text{cm}$, намерете периметъра на успоредника.

Отговори на задачите

Изпит за промяна на оценката
по МАТЕМАТИКА – 9. клас, ЗП

ПРИМЕРНА ТЕМА

I част

№	А	Б	В	Г	Д	№
1	○	●	○	○	○	1
2	●	○	○	○	○	2
3	○	○	○	○	●	3
4	○	○	●	○	○	4
5	○	●	○	○	○	5
6	○	○	●	○	○	6
7	○	○	○	○	●	7
8	○	○	●	○	○	8
9	○	○	○	●	○	9
10	○	○	○	○	●	10
11	○	●	○	○	○	11
12	●	○	○	○	○	12
13	○	○	○	○	●	13
№	А	Б	В	Г	Д	№

I част

II част

14	$x_1x_2x_3=3$	14
15	$AC=15\,\mathrm{cm}$	15
16	$r=2$	16

II част

III част

17	$(\pm1;\pm2)$, $(\pm2;\pm1)$	17
18	$P_{ABCD}=80\,\mathrm{cm}$	18

III част

ПРИМЕРНА ТЕМА

Решения на задачите от III част

17. Решете системата уравнения $\left|\begin{array}{l} x^2+y^2=5 \\ xy=8. \end{array}\right.$

Решение. *I начин*. От $xy=2$ следва, че $x\neq 0$, изразяваме $y=\dfrac{2}{x}$ и заместваме в първото уравнение: $x^2+y^2=5 \Leftrightarrow x^2+\dfrac{4}{x^2}=5 \Leftrightarrow x^4-5x^2+4=0$.

Полагаме $x^2=u,\ u>0$ и получаваме квадратното уравнение $u^2-5u+4=0$ с корени $u_1=1$ и $u_2=4$.

От $x^2=1$ и $x^2=4$ намираме съответно $x_{1,2}=\pm 1$ и $x_{1,2}=\pm 2$.

Тогава $y_{1,2}=\dfrac{2}{x_{1,2}}=\dfrac{2}{\pm 1}=\pm 2,\ y_{3,4}=\dfrac{2}{x_{3,4}}=\dfrac{2}{\pm 2}=\pm 1$ и следователно системата има четири решения: $(\pm 1;\ \pm 2)$ и $(\pm 2;\ \pm 1)$.

II начин. Умножаваме с 2 двете страни на второто уравнение $2xy=4$, събираме почленно с първото уравнение $x^2+y^2=5$ и получаваме:

$$x^2+y^2+2xy=9 \Leftrightarrow (x+y)^2=9 \Leftrightarrow x+y=3 \cup x+y=-3.$$

Тогава системата $\left|\begin{array}{l} x^2+y^2=5 \\ xy=2 \end{array}\right.$ е равносилна на обединението на системите

$$(1)\ \left|\begin{array}{l} x+y=3 \\ xy=2 \end{array}\right. \quad \text{и} \quad (2)\ \left|\begin{array}{l} x+y=-3 \\ xy=2. \end{array}\right.$$

Решаваме тези системи или чрез заместване:

$$(1) \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} y=3-x \\ x(3-x)=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} y=3-x \\ x^2-3x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} y=3-x \\ x_1=1,\ x_2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} y_1=2,\ y_2=1 \\ x_1=1,\ x_2=2, \end{array}\right.$$

или чрез обратната теорема на Виет.

От $x+y=-3$ и $xy=2$ следва, че x и y са корени на уравнението $z^2+3z+2=0$ с корени $z_1=-1,\ z_2=-2$.

Тогава $x=-1,\ y=-2$ или $x=-2,\ y=-1$, което означава, че решенията на (2) са двойките числа $(-1;\ -2)$ и $(-2;\ -1)$.

III начин. Събираме и изваждаме двете страни на първото уравнение $x^2+y^2=5$ с уравнението $2xy=4$ и получаваме:

$$x^2+y^2\pm 2xy=5\pm 4 \Leftrightarrow (x+y)^2=9 \cup (x-y)^2=1 \Leftrightarrow x+y=\pm 3 \cup x-y=\pm 1.$$

Тогава системата $\left|\begin{array}{l} x^2+y^2=5 \\ xy=2 \end{array}\right.$ е равносилна на обединението на линейните системи

$$\left|\begin{array}{l} x+y=3 \\ x-y=1 \end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} x+y=3 \\ x-y=-1 \end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} x+y=-3 \\ x-y=1 \end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} x+y=-3 \\ x-y=-1, \end{array}\right.$$

чиито решения са съответно $(2;\,1)$, $(1;\,2)$, $(-1;\,-2)$ и $(-2;\,-1)$.

IV начин. Представяме двете уравнения във вида $2x^2+2y^2=10$ и $5xy=10$, изваждаме ги почленно и получаваме уравнението $2x^2-5xy+2y^2=0$.

Делим на $y^2\neq 0$ (от $xy=2$ следва, че $y\neq 0$) $2\dfrac{x}{y^2}^2-5\dfrac{x}{y}+2=0$, полагаме $\dfrac{x}{y}=k$ и решаваме уравнението $2k^2-5k+2=0$ с корени $k_1=2$ и $k_2=\dfrac{1}{2}$.

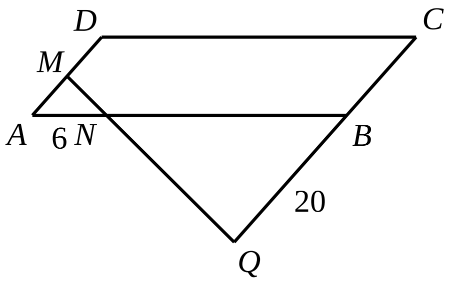
От $\dfrac{x}{y}=2$ и $\dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{2}$ следва, че $x=2y$ или $y=2x$.

Тогава

$$\left|\begin{array}{l} x^2+y^2=5 \\ xy=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x=2y \\ xy=2 \end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} y=2x \\ xy=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x=2y \\ y^2=1 \end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} y=2x \\ x^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x_{1,2}=\pm 2 \\ y_{1,2}=\pm 1 \end{array}\right. \cup \left|\begin{array}{l} y_{1,2}=\pm 2 \\ x_{3,4}=\pm 1. \end{array}\right.$$

Решенията на системата са двойките числа $(\pm 2;\,\pm 1)$ и $(\pm 1;\,\pm 2)$.

18. Даден е успоредник *ABCD*, в който $AD=\dfrac{1}{3}AB$. През средата *M* на *AD* и точка *N* от страната *AB* е построена права, която пресича продължението на страната *CB* в точка *Q*. Ако $AN=6\,\text{cm}$ и $BQ=20\,\text{cm}$, намерете периметъра на успоредника.



Решение. Нека *M* е средата на *AD* и да означим $AM=x$.

Тогава $AD=2x,\ AB=6x$ и $BN=AB-AN=6x-6$.

От $BQ\parallel AM$ следва, че $\triangle ANM\sim\triangle BNQ$ и от

$$\frac{AM}{BQ}=\frac{AN}{BN}\Leftrightarrow\frac{x}{20}=\frac{6}{6x-6}\Leftrightarrow 6x^2-6x=120\Leftrightarrow x^2-x-20=0$$

намираме $x_1=5$ и $x_2=-4$, като решение на задачата е само $x=5$.

Страните на успоредника са $AB=6x=30\,\text{cm}$ и $AD=2x=10\,\text{cm}$, а периметърът му е $P_{ABCD}=80\,\text{cm}$.